Estatística e Probabilidades

Lista 04

Entrega em 03/09/2020

Para todas as questões, a construção do resultado (através dos cálculos, explicações, comentários, etc.) deve ser apresentada. Respostas sem esse tipo de justificativa **não** serão pontuadas.

A questão de *desafio* vale dois pontos extras na primeira prova (limitado ao valor máximo da avaliação) para o(a) **primeiro(a)** aluno(a) que submeter a solução correta. Por fim, o nível de dificuldade desse tipo de questão **não** será repetido na prova. Fiquem tranquilos!

Exercício 0.1 (ROSS, Sheldon. *Probabilidade: Um curso moderno com aplicações*)**.** Suponha que 3 bolas sejam sorteadas (sem reposição) de uma urna contendo 3 bolas vermelhas, 4 bolas brancas e 5 bolas azuis. Sejam X e Y variáveis aleatórias que representam, respectivamente, o número de bolas vermelhas e bolas brancas escolhidas. Nesse caso, determine a distribuição conjunta de X e Y; isto é, determine $f_{X,Y}(x, y) = \mathbb{P}(X = x, Y = y)$. Além disso, calcule $f_X(x) = \mathbb{P}(X = x)$ e $f_Y(y) = \mathbb{P}(Y = y)$, para todos x, $y \in \{0, 1, 2, 3\}$.
`Sugestão:` Escreva a resposta em formato de tabela.

Exercício 0.2 (ROSS, Sheldon. *Probabilidade: Um curso moderno com aplicações*)**.** Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes com distribuição Poisson de parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente. Nesse caso, encontre a probabilidade condicional de X dado que $X + Y = n$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Dê uma interpretação para a resposta obtida.
`Sugestão:` Utilize o fato de que, se X, Y são variáveis aleatórias independentes com distribuição Poisson de parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente, então $X + Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$[1]. Além disso, perceba que será necessário reescrever o termo $\mathbb{P}(X = x, X + Y = n)$ de maneira apropriada.

Desafio 0.1 (adaptado de: GRIMMET, Geoffrey e WELSH, Dominic. *Probability: an introduction*)**.** Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes com distribuição Poisson de parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente. Nesse caso, determine a distribuição de $X + Y$. Dê uma interpretação para a resposta obtida.
`Sugestão:` Utilize a fórmula do Binômio de Newton; isto é, $(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k \, b^{n-k}$.

[1] Essa afirmação é exatamente o que está sendo pedido para mostrar no "Desafio 0.1.".