Estatística e Probabilidades

Lista 03

Entrega em 27/08/2020

Para todas as questões, a construção do resultado (através dos cálculos, explicações, comentários, etc.) deve ser apresentada. Respostas sem esse tipo de justificativa **não** serão pontuadas.

A questão de *desafio* vale dois pontos extras na primeira prova (limitado ao valor máximo da avaliação) para o(a) **primeiro(a)** aluno(a) que submeter a solução correta. Por fim, o nível de dificuldade desse tipo de questão **não** será repetido na prova. Fiquem tranquilos!

Exercício 0.1. Mostre que se a variável aleatória X tem distribuição geométrica com parâmetro p; isto é, se $f_X(x) = \mathbb{P}(X = x) = (1-p)^{x-1}\,p$, com $x \in \{1, 2, \cdots\}$, então X tem a propriedade de "*perda de memória*". Em outras palavas, mostre que $\mathbb{P}(X > s + t | X > t) = \mathbb{P}(X > s)$, para s, t números inteiros não-negativos.

`Sugestão`: Determine $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ e veja que $\mathbb{P}(X > x) = 1 - F_X(x)$. Para isso, note que a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica com primeiro termo a e razão r é dada por $S_n(a, r) = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$.

Exercício 0.2. João trabalha com vendas por telefone. A probabilidade de ele conseguir efetuar uma venda em um primeiro contato com o cliente (isto é, de ele ter *sucesso*) é de 0.4. Dado que as ligações são independentes, determine:

(a) Qual a probabilidade de ele ter tido exatamente 5 fracassos antes de conseguir sua segunda ligação de sucesso?

(b) Qual a probabilidade de ele ter tido menos que 5 fracassos antes de conseguir sua segunda ligação de sucesso?

Desafio 0.1 (James, Barry R. *Probabilidade: um curso em nível intermediário*)**.** Um jogador vai lançar uma moeda honesta. Ele para depois de jogar ou duas caras sucessivas ou duas coroas sucessivas. Qual a esperança do número de lançamentos?

`Sugestão`: Para resolver essa questão, lembre-se de que, sobre séries de potências,

1. Se $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n x^n$ tiver raio de convergência $r > 0$, então $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n x^n$ é diferenciável em $(-r, r)$ e vale que $f'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot c_n x^{n-1}$; e
2. $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$, para $|x| < 1$.